

**Cristian Ciobănescu
Miruna Paula Alexandra Lunguțescu
Victor Ioan Nicolae
Iulia Valentina Radu**

MATEMATICĂ

**exerciții și probleme
pentru clasa a VII-a**



NICULESCU

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României

Matematică : exerciții și probleme pentru clasa a VII-a / Cristian Ciobănescu, Miruna Paula Alexandra Lunguțescu, Victor Ioan Nicolae, Iulia Valentina Radu. - București : Editura Niculescu, 2020
ISBN 978-606-38-0504-2

I. Ciobănescu, Cristian

II. Lunguțescu, Miruna Paula Alexandra

III. Nicolae, Victor prof.

IV. Radu, Iulia Valentina

51

© Editura NICULESCU, 2020

Bd. Regiei 6D, 060204 – București, România

Telefon: 021 312 97 82; Fax: 021 314 88 55

E-mail: editura@niculescu.ro

Internet: www.niculescu.ro

Comenzi online: www.niculescu.ro

Comenzi e-mail: vanzari@niculescu.ro

Comenzi telefonice: 0724 505 380, 021 312 97 82

Tehnoredactor: Alina Șeran

Coperta: Carmen Lucaci

Tipărit la Tipografia REAL

ISBN 978-606-38-0504-2

Toate drepturile rezervate. Nicio parte a acestei cărți nu poate fi reprodusă sau transmisă sub nicio formă și prin niciun mijloc, electronic sau mecanic, inclusiv prin fotocopiare, înregistrare sau prin orice sistem de stocare și accesare a datelor, fără permisiunea Editurii NICULESCU. Orice nerespectare a acestor prevederi conduce în mod automat la răspunderea penală față de legile naționale și internaționale privind proprietatea intelectuală.

Editura NICULESCU este partener și distribuitor oficial OXFORD UNIVERSITY PRESS în România.

E-mail: oxford@niculescu.ro; Internet: www.oxford-niculescu.ro

CAPITOLUL I. MULȚIMEA NUMERELOR REALE

1.1. Rădăcina pătrată a unui număr natural pătrat perfect

Reamintim: Pătratul unui număr rațional este pozitiv sau zero (nenegativ).

Definiție: Fie a un număr rațional nenegativ ($a \geq 0$).

Numim **rădăcina pătrată a numărului a** numărul x nenegativ care îndeplinește condiția $x^2 = a$.

Vom nota $x = \sqrt{a}$.

Observații:

● $a \geq 0$ și $\sqrt{a} = x$ înseamnă $x^2 = a$ și $x \geq 0$.

● $\sqrt{a^2} = (\sqrt{a})^2 = a$, dacă $a \in \mathbb{Q}_+$

● $\sqrt{a^2} = |a|$, dacă $a \in \mathbb{Q}$

Exemple: $\sqrt{100} = \sqrt{10^2} = 10$

$$\sqrt{784} = \sqrt{28^2} = 28$$

$$\sqrt{x^{2n} \cdot y^2} = \sqrt{(x^n \cdot y)^2} = |x^n \cdot y|, n \in \mathbb{N}$$

Extragerea rădăcinii pătrate dintr-un număr natural pătrat perfect

În cazul în care aflarea rădăcinii pătrate folosind relația $\sqrt{a^2} = |a|$ este dificilă, se folosește algoritmul de extragere a rădăcinii pătrate, o modalitate nu la fel de rapidă, însă care asigură calcularea rădăcinii pătrate din orice număr natural pătrat perfect.

Prezentăm algoritmul de extragere a rădăcinii pătrate în exemplul de mai jos.

Extrageți rădăcina pătrată din numărul natural 841.

a) $\sqrt{841} = \sqrt{29^2} = 29$

b) $\sqrt{841}$

$$\begin{array}{r} \sqrt{8'41} \quad 2 \\ \underline{4} \quad 2^2 = 4 \\ 4 \end{array}$$

Pas 1: Se împarte numărul în grupe de câte două cifre, de la dreapta spre stânga (în cazul în care numărul cifrelor este impar, prima grupă are o singură cifră).

Pas 2: Se caută cel mai mare număr natural al cărui pătrat perfect este mai mic sau egal cu numărul din prima grupă (8). Acesta este 2 și se scrie în dreapta sus, se ridică la pătrat, iar pătratul ($2^2 = 4$) se scrie sub 8 și se efectuează scăderea. Astfel, se obține primul rest parțial ($8 - 4 = 4$).

$$\begin{array}{r}
 \sqrt{8'41} \quad 2 \\
 \underline{4} \quad 2^2 = 4 \\
 441 \quad 49 \cdot 9 = 441 \\
 \underline{441} \\
 \hline
 \hline
 \hline
 \end{array}$$

Pas 3: Lângă primul rest parțial se coboară următoarea grupă (41).

Se obține, în acest caz, 441. Se dublează numărul de la rezultat ($2 \cdot 2 = 4$) și rezultatul se scrie sub 2.

Pas 4: Se ignoră ultima cifră a numărului 441 și se obține 44. Se observă că 4 se cuprinde în 44 de 9 ori, așa că adăugăm cifra 9 după 4. Obținem 49. Înmulțim 49 cu 9 și obținem 441. Efectuăm scăderea $441 - 441$, obținem restul 0. Scriem cifra 9 la rezultat. Algoritmul se încheie și obținem $\sqrt{841} = 29$.

Rădăcina pătrată a unui număr rațional nenegativ

Definiție: Numim **rădăcina pătrată a unui număr rațional nenegativ x** numărul nenegativ a cu proprietatea că $a^2 = x$.

Vom nota $\sqrt{x} = a$.

Reamintim: $\sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$; $\sqrt{\frac{121}{144}} = \sqrt{\frac{(11)^2}{(12)^2}} = \frac{11}{12}$

Dacă numărul rațional pozitiv este sub formă de fracție zecimală, vom folosi una dintre următoarele metode:

A. Transformăm fracția zecimală în fracție ordinară

$$\sqrt{1,69} = \sqrt{\frac{169}{100}} = \sqrt{\left(\frac{13}{10}\right)^2} = \frac{13}{10}$$

B. Extragem rădăcina pătrată folosind algoritmul prezentat anterior, grupând cifrele câte două, de la virgulă spre stânga și spre dreapta. Dacă ultima grupă spre dreapta este formată dintr-o singură cifră, se adaugă un zero. Când ajungem în dreptul virgulei, scriem virgulă la rezultat.

Observație: Rădăcina pătrată se poate calcula cu aproximare de orice ordin (de o zecime, de o sutime, de o miime etc.).

A. Exerciții rezolvate

1. Arătați că următoarele numere nu pot fi pătrate perfecte

- a) $x = 10n + 3$; b) $x = 5n + 7$; c) $x = 10^n + 3$; d) $x = 31^n + 7$;
e) $x = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{321}$; f) $x = 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{165}$.

Soluție: Reamintim că dacă un număr natural are ultima cifră 2, 3, 7 sau 8, acesta nu poate fi pătrat perfect.

- a) $u(x) = u(0 + 3) = 3 \Rightarrow x$ nu poate fi pătrat perfect;
b) dacă n este par, $u(5n + 7) = u(5 + 7) = u(12) = 2 \Rightarrow x$ nu poate fi pătrat perfect;
dacă n este impar, $u(5n + 7) = u(0 + 7) = 7 \Rightarrow x$ nu poate fi pătrat perfect;
c) $u(10^n + 3) = u(0 + 3) = 3 \Rightarrow x$ nu poate fi pătrat perfect;
d) $u(31^n + 7) = u(u(31^n) + 7) = u(1 + 7) = 8 \Rightarrow x$ nu poate fi pătrat perfect;
e) $u(2 + 2^2 + 2^3 + 2^4) = u(2 + 4 + 8 + 16) = u(30) = 0 \Rightarrow u(2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{321}) = u(0 + 2) = 2 \Rightarrow x$ nu poate fi pătrat perfect;
f) $u(3 + 3^2 + 3^3 + 3^4) = u(3 + 9 + 27 + 81) = u(120) = 0 \Rightarrow u(3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{165}) = u(0 + 3) = 3 \Rightarrow x$ nu poate fi pătrat perfect.

2. Să se arate că numărul $n = 1 + 2 + 3 + \dots + 168 + 169 \cdot 172$ este pătrat perfect și să se calculeze $\sqrt{n}$.

Soluție: Avem $n = \frac{168 \cdot 169}{2} + 169 \cdot 172 = 84 \cdot 169 + 169 \cdot 172 = 169(84 + 172) = 169 \cdot 256$
 $n = (13 \cdot 16)^2 \Rightarrow n$ este pătrat perfect
 $\sqrt{n} = \sqrt{(13 \cdot 16)^2} = 13 \cdot 16 = 208$

3. Să se arate că numărul $n = 1 + 3 + 5 + \dots + 103$ este pătrat perfect și să se calculeze $\sqrt{n}$.

Soluție: Avem $n = 1 + 2 + 3 + \dots + 103 - (2 + 4 + 6 + \dots + 102)$

$$n = \frac{103 \cdot 104}{2} - 2(1 + 2 + 3 + \dots + 51)$$

$$n = 103 \cdot 52 - \frac{2 \cdot 51 \cdot 52}{2} = 103 \cdot 52 - 51 \cdot 52 = 52(103 - 51) = 52 \cdot 52$$

$$n = 52^2 \Rightarrow n \text{ este pătrat perfect}$$
$$\sqrt{n} = \sqrt{52^2} = 52$$

4. Să se calculeze:

- a) $\sqrt{6^8 \cdot 5^2}$; b) $\sqrt{17^4 \cdot 9^2}$.

Soluție:

$$a) \sqrt{6^8 \cdot 5^2} = \sqrt{(6^4 \cdot 5)^2} = 6^4 \cdot 5 = 6480$$

$$b) \sqrt{17^4 \cdot 9^2} = \sqrt{(17^2 \cdot 9)^2} = 17^2 \cdot 9 = 2601$$

B. Exerciții propuse

Exerciții pentru fixare

1. Să se calculeze:

- a) $\sqrt{144}$; b) $\sqrt{441}$; c) $\sqrt{10000}$; d) $\sqrt{\frac{144}{25}}$;
e) $\sqrt{2,25}$; f) $\sqrt{7,84}$; g) $\sqrt{9,61}$;

2. Extrageți rădăcina pătrată din următoarele numere naturale pătrate perfecte:

- a) 784; b) 676; c) 7056.

3. Să se calculeze:

- a) $\sqrt{2^2 \cdot 3^2}$; b) $\sqrt{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2}$; c) $\sqrt{17^2 \cdot 3^4}$;
d) $\sqrt{5^2 \cdot 3^8}$; e) $\sqrt{3^4 \cdot 7^2 \cdot 2^6}$; f) $\sqrt{2^{12} \cdot 5^4}$;
g) $\sqrt{13^2 \cdot 5^2}$; h) $\sqrt{3^2 \cdot 11^2}$; i) $\sqrt{2^{10} \cdot 7^4}$.

4. Să se arate că numărul $n = 1 + 2 + 3 + \dots + 224 + 16 \cdot 450$ este pătrat perfect și să se calculeze $\sqrt{n}$.

5. Să se arate că numărul $n = 1 + 3 + 5 + \dots + 2019$ este pătrat perfect și să se calculeze $\sqrt{n}$.

6. Să se arate că numărul $n = 441^2 - 2(1 + 2 + 3 + \dots + 440)$ este pătrat perfect și să se calculeze $\sqrt{n}$.

7. Să se calculeze:

- a) $\sqrt{17^2}$; b) $\sqrt{(-23)^2}$; c) $\sqrt{3^8}$; d) $\sqrt{(-8)^4}$;
e) $\sqrt{225}$; f) $\sqrt{81a^2}$; g) $\sqrt{a^4 b^2}$; h) $\sqrt{a^{16} \cdot b^4}$;
i) $\sqrt{9216}$; j) $\sqrt{2401}$; k) $\sqrt{3969}$; l) $\sqrt{26244}$.

8. Folosind algoritmul de extragere a rădăcinii pătrate, calculați:

- a) $\sqrt{6889}$; b) $\sqrt{1156}$ c) $\sqrt{1521}$
d) $\sqrt{8649}$ e) $\sqrt{3844}$ f) $\sqrt{826281}$

Exerciții pentru aprofundare

9. Aria unui pătrat este egală cu aria unui dreptunghi care are lungimea de 24 cm și lățimea de 54 cm. Calculați lungimea laturii pătratului.

10. Lungimea laturii unui pătrat este egală cu lungimea ipotenuzei unui triunghi dreptunghic ale cărui catete au 5 cm, respectiv 12 cm. Aflați lungimea laturii pătratului.

11. Calculați:

a) $\sqrt{3,24}$; b) $\sqrt{4,6656}$; c) $\sqrt{166,41}$; d) $\sqrt{147,8656}$; e) $\sqrt{0,000289}$; f) $\sqrt{7\frac{9}{16}}$.

12. Calculați:

a) $\sqrt{5^5 \cdot 2^4 + 5^2 \cdot 3^2}$; b) $\sqrt{2^4 + 2^3 \cdot 3 + 3^2}$; c) $\sqrt{3^4 \cdot 13^2 - 3^4 \cdot 5^2}$; d) $\sqrt{3^2 \cdot 5^2 + 2^6}$.

13. Fie numerele $a = 6$ și $b = 361^2 - 2(1 + 2 + 3 + \dots + 360)$.

Demonstrați că numărul $x = a + \sqrt{b}$ este pătrat perfect și calculați $\sqrt{x}$.

14. Arătați că următoarele numere nu pot fi pătrate perfecte:

a) $x = 10n + 3$ b) $x = 5n + 8$ c) $x = 6^n + 1$ d) $x = 10^n + 8$
e) $x = 21^n + 2$ f) $x = 31^n + 6$ g) $x = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{281}$
h) $x = 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{269} + 3^{270}$

15. Calculați:

a) $\sqrt{2^0 + 2^1 + 2^3 + \dots + 2^{403} + 1}$ b) $\sqrt{2(1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{209}) + 1}$
c) $\sqrt{12(1 + 13 + 13^2 + \dots + 13^{205}) + 1}$

16. Calculați:

a) $\sqrt{4 \cdot \sqrt{1296}} + \sqrt{3 \cdot \sqrt{144}}$ b) $\sqrt{81 \cdot \sqrt{625}} + \sqrt{2 \cdot \sqrt{256} + 4}$
c) $\sqrt{700 - \sqrt{5600 + \sqrt{625}}}$

17. Calculați: $\sqrt{11 \cdot \left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{99 \cdot 100} \right)}$

18. Determinați $x \in \mathbb{N}$, știind că $\sqrt{7 + 7 \cdot 8 + 7 \cdot 8^2 + \dots + 7 \cdot 8^{2019} + 1} = 2^x$.

19. Calculați:

a) $\sqrt{1,44} + \sqrt{1,69} + \sqrt{1,96} + \dots + \sqrt{40,96}$
b) $\sqrt{0,01} + \sqrt{0,04} + \sqrt{0,09} + \dots + \sqrt{420,25}$

20. Calculați:
$$\sqrt{\frac{2 \left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2018 \cdot 2019} + \frac{1}{2019 \cdot 2020} \right)}{1 + 2 + 3 + \dots + 2019}}$$

Exerciții pentru performanță

21. Demonstrați că numărul $n = 1 + 3 + 5 + \dots + 2k + 1$ este pătrat perfect pentru orice $k \in \mathbb{N}^*$.

22. Demonstrați că numărul $n = 2 + 4 + 6 + \dots + 2(k - 1) + 2k$, unde $k \in \mathbb{N}^*$, nu este pătrat perfect.

1.2. Scoaterea factorilor de sub radical. Introducerea factorilor sub radical

Scoaterea factorilor de sub radical

Fie numerele raționale a și b . Atunci:

- $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$ pentru orice $a \geq 0$ și $b \geq 0$.
- $\sqrt{a^2b} = |a|\sqrt{b}$ pentru orice $a \in \mathbb{R}$ și $b \geq 0$.

Definiție: Se numește *scoaterea factorilor de sub radical* operația prin care

$\sqrt{a^2b}$ se scrie sub forma $\sqrt{a^2b} = |a|\sqrt{b}$, unde $a \in \mathbb{R}$ și $b \geq 0$ ($b \in \mathbb{R}_+$).

Generalizând pentru $a \geq 0$ și $b \geq 0$, $k \in \mathbb{Z}^*$, obținem:

$$\begin{aligned}\sqrt{a^{2k}} &= a^k & \sqrt{a^{2k+1}} &= a^k \sqrt{a} \\ \sqrt{a^{2k}b} &= a^k \sqrt{b} & \sqrt{a^{2k+1}b} &= a^k \sqrt{ab}\end{aligned}$$

Introducerea factorilor sub radical

Definiție: Se numește *introducerea factorilor sub radical* operația prin care

$a\sqrt{b}$ se scrie sub forma $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$, unde $a \geq 0$ și $b \geq 0$.

Dacă $a < 0$ și $b \geq 0$, atunci $a\sqrt{b} = -\sqrt{a^2b}$.

Generalizând pentru $a \geq 0$ și $b \geq 0$, $k \in \mathbb{Z}^*$, obținem:

$$\begin{aligned}a^k &= \sqrt{a^{2k}} & a^k \sqrt{a} &= \sqrt{a^{2k+1}} \\ a^k \sqrt{b} &= \sqrt{a^{2k}b} & a^k \sqrt{ab} &= \sqrt{a^{2k+1}b}\end{aligned}$$

A. Exerciții rezolvate

1. Scoateți factorii de sub radical (a, b, x, y, z sunt numere raționale pozitive):

- | | | |
|-----------------------|--------------------------------------|-------------------------------|
| a) $\sqrt{8}$ | b) $\sqrt{28}$ | c) $\sqrt{124}$ |
| d) $\sqrt{200}$ | e) $\sqrt{2048}$ | f) $\sqrt{20x^{16}y^{24}}$ |
| g) $\sqrt{300x^{21}}$ | h) $\sqrt{x^{2019}y^{2020}z^{2021}}$ | i) $\sqrt{1815a^{42}b^{705}}$ |

Soluție:

- a) $\sqrt{8} = \sqrt{2^2 \cdot 2} = 2\sqrt{2}$
b) $\sqrt{28} = \sqrt{2^2 \cdot 7} = 2\sqrt{7}$
c) $\sqrt{124} = \sqrt{2^2 \cdot 31} = 2\sqrt{31}$

$$d) \sqrt{200} = \sqrt{2^2 \cdot 2 \cdot 5^2} = 2 \cdot 5\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$

$$e) \sqrt{2048} = \sqrt{2^{10} \cdot 2} = \sqrt{(2^5)^2 \cdot 2} = 2^5 \sqrt{2} = 32\sqrt{2}$$

$$f) \sqrt{20x^{16}y^{24}} = \sqrt{2^2 \cdot 5 \cdot (x^8)^2 \cdot (y^{12})^2} = 2 \cdot x^8 \cdot y^{12} \sqrt{5}$$

$$g) \sqrt{300x^{21}} = \sqrt{2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot (x^{10})^2 \cdot x} = 2 \cdot 5 \cdot x^{10} \sqrt{3} = 10x^{10} \sqrt{3}$$

$$h) \sqrt{x^{2019}y^{2020}z^{2021}} = \sqrt{(x^{1009})^2 \cdot x \cdot (y^{1010})^2 \cdot (z^{1010})^2 \cdot z} = x^{1009} \cdot y^{1010} \cdot z^{1010} \sqrt{xz}$$

$$i) \sqrt{1815a^{42}b^{705}} = \sqrt{3 \cdot 5 \cdot 11^2 \cdot (a^{21})^2 \cdot (b^{352})^2 \cdot b} = 11 \cdot a^{21} \cdot b^{352} \sqrt{3 \cdot 5 \cdot b} = 11a^{21}b^{352} \sqrt{15b}$$

2. Introduceți factorii sub radical:

$$a) 2\sqrt{2} \quad b) 7\sqrt{3} \quad c) -8\sqrt{2} \quad d) -6\sqrt{11}$$

Soluție:

$$a) 2\sqrt{2} = \sqrt{2^2 \cdot 2} = \sqrt{4 \cdot 2} = \sqrt{8}$$

$$b) 7\sqrt{3} = \sqrt{7^2 \cdot 3} = \sqrt{49 \cdot 3} = \sqrt{147}$$

$$c) -8\sqrt{2} = -\sqrt{8^2 \cdot 2} = -\sqrt{64 \cdot 2} = -\sqrt{128}$$

$$d) -6\sqrt{11} = -\sqrt{6^2 \cdot 11} = -\sqrt{36 \cdot 11} = -\sqrt{396}$$

3. Comparați numerele reale x și y în următoarele cazuri:

$$a) x = 8\sqrt{2} \text{ și } y = 7\sqrt{3}$$

$$b) x = 2\sqrt{7} \text{ și } y = 4\sqrt{3}$$

$$c) x = -9\sqrt{2} \text{ și } y = -6\sqrt{5}$$

Soluție:

$$a) x = 8\sqrt{2} = \sqrt{8^2 \cdot 2} = \sqrt{64 \cdot 2} = \sqrt{128}$$

$$y = 7\sqrt{3} = \sqrt{7^2 \cdot 3} = \sqrt{49 \cdot 3} = \sqrt{147}$$

$128 < 147$, deci $\sqrt{128} < \sqrt{147}$, de unde obținem că $8\sqrt{2} < 7\sqrt{3}$, iar $x < y$.

$$b) x = 2\sqrt{7} = \sqrt{2^2 \cdot 7} = \sqrt{4 \cdot 7} = \sqrt{28}$$

$$y = 4\sqrt{3} = \sqrt{4^2 \cdot 3} = \sqrt{16 \cdot 3} = \sqrt{48}$$

$28 < 48$, deci $\sqrt{28} < \sqrt{48}$, de unde obținem că $2\sqrt{7} < 4\sqrt{3}$, iar $x < y$.

$$c) x = -9\sqrt{2} = -\sqrt{9^2 \cdot 2} = -\sqrt{81 \cdot 2} = -\sqrt{162}$$

$$y = -6\sqrt{5} = -\sqrt{6^2 \cdot 5} = -\sqrt{36 \cdot 5} = -\sqrt{180}$$

$162 < 180$, deci $\sqrt{162} < \sqrt{180} \Rightarrow -\sqrt{162} > -\sqrt{180} \Rightarrow -9\sqrt{2} > -6\sqrt{5} \Rightarrow x > y$.

B. Exerciții propuse

Exerciții pentru fixare

1. Scoateți factorii de sub radical (a, b, p, q, r, x, y, z sunt numere raționale pozitive):

- | | | |
|-----------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| a) $\sqrt{8^2 \cdot 2}$ | b) $\sqrt{48}$ | c) $\sqrt{108}$ |
| d) $\sqrt{600}$ | e) $\sqrt{864}$ | f) $\sqrt{224}$ |
| g) $\sqrt{845}$ | h) $\sqrt{2800}$ | i) $\sqrt{4608}$ |
| j) $\sqrt{245}$ | k) $\sqrt{1331}$ | l) $\sqrt{4500}$ |
| m) $\sqrt{4335}$ | n) $\sqrt{1125}$ | o) $\sqrt{5120}$ |
| p) $\sqrt{60x^2y^3}$ | q) $\sqrt{81a^{2k+1}b^{2k}}$ | r) $\sqrt{425x^{2019}}$ |
| s) $\sqrt{512y^{108}}$ | t) $\sqrt{98x^2y^3z^6}$ | u) $\sqrt{405a^{98}b^{865}}$ |
| v) $\sqrt{363p^{63}q^{64}r^{65}}$ | | |

2. Introduceți factorii sub radical:

- | | | |
|---------------------------|--------------------|---------------------------|
| a) $9\sqrt{3}$ | b) $8\sqrt{5}$ | c) $16\sqrt{3}$ |
| d) $11\sqrt{7}$ | e) $-15\sqrt{11}$ | f) $-2\sqrt{17}$ |
| g) $-18\sqrt{2}$ | h) $4\sqrt{10}$ | i) $0,25\sqrt{10}$ |
| j) $-\frac{3}{7}\sqrt{3}$ | k) $-8\sqrt{6}$ | l) $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$ |
| m) $-7\sqrt{51}$ | n) $0,(6)\sqrt{2}$ | o) $0,4\sqrt{5}$ |
| p) $0,(3)\sqrt{7}$ | q) $1,1\sqrt{7}$ | r) $-14,4\sqrt{11}$ |

Indicație: p) $0,(3)\sqrt{7} = \frac{3}{9}\sqrt{7} = \frac{1}{3}\sqrt{7} = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot 7} = \sqrt{\frac{1}{9} \cdot 7} = \sqrt{\frac{7}{9}}$

3. Stabiliți valoarea de adevăr a afirmațiilor:

- | | |
|--------------------------------|-----------------------------------|
| a) $3\sqrt{7} = \sqrt{147}$ | b) $\sqrt{144} = 12\sqrt{2}$ |
| c) $8\sqrt{11} = \sqrt{704}$ | d) $18\sqrt{3} = \sqrt{162}$ |
| e) $-35\sqrt{3} = \sqrt{3675}$ | f) $-19\sqrt{41} = -\sqrt{14801}$ |
| g) $\sqrt{540} = 6\sqrt{15}$ | h) $\sqrt{675} = 15\sqrt{3}$ |
| i) $\sqrt{8000} = 20\sqrt{20}$ | j) $-15\sqrt{6} = -\sqrt{1575}$ |

Exerciții pentru aprofundare

4. Scoateți factorii de sub radical:

a) $\sqrt{2^3 \cdot 5^2 + \sqrt{64}}$

b) $\sqrt{48 + 3\sqrt{121}}$

c) $\sqrt{4\sqrt{441} - 12}$

d) $\sqrt{8 + 6\sqrt{324}}$

e) $\sqrt{90 + 2\sqrt{6400}}$

f) $\sqrt{2\sqrt{144} - 16}$

g) $\sqrt{2 \cdot 5^2 + \sqrt{3364}}$

h) $\sqrt{46 + 4\sqrt{2601}}$

i) $\sqrt{2^7 \cdot 3^3 + \sqrt{196}}$

j) $\sqrt{7^2 \cdot 5^3 - 10\sqrt{625}}$

5. Comparați numerele:

a) $4\sqrt{32}$ și $8\sqrt{6}$

b) $9\sqrt{7}$ și $8\sqrt{11}$

c) $-5\sqrt{3}$ și $2\sqrt{7}$

d) $15\sqrt{2}$ și $13\sqrt{3}$

e) $-94\sqrt{2}$ și $-75\sqrt{5}$

f) $19\sqrt{57}$ și $\sqrt{20575}$

g) $\sqrt{1332}$ și $11\sqrt{11}$

h) $-14\sqrt{3}$ și $-15\sqrt{2}$

6. Comparați numerele x și y în următoarele cazuri:

a) $x = 15\sqrt{2}$ și $y = 7\sqrt{11}$

b) $x = \sqrt{637}$ și $y = 13\sqrt{7}$

c) $x = 5\sqrt{50 + \sqrt{1600}}$ și $y = 2\sqrt{10^2 \cdot 2^2 \cdot 3 + \sqrt{6400}}$

d) $x = 2\sqrt{0,(1) + 0,(2) + 0,(3) + \dots + 0,(9)}$ și $y = 7\sqrt{3}$

e) $x = 9\sqrt{1 + 2 + 3 + \dots + 100}$ și $y = 10\sqrt{1 + 2 + 3 + \dots + 50}$

f) $x = 2\sqrt{1 + 2 + 3 + \dots + 2019}$ și $y = 900\sqrt{10}$

7. Determinați numerele naturale n din egalitățile:

a) $9\sqrt{11} = \sqrt{n}$

b) $13\sqrt{2} = \sqrt{n}$

c) $14\sqrt{3} = \sqrt{n}$

d) $108\sqrt{7} = \sqrt{n}$

8. Aflați cel mai mic număr natural a pentru care:

a) $\sqrt{80a} \in \mathbb{N}$

b) $\sqrt{224a} \in \mathbb{N}$

c) $\sqrt{486a} \in \mathbb{N}$

d) $\sqrt{288a} \in \mathbb{N}$

e) $\sqrt{7^3 \cdot 5^5 \cdot 2^7 a} \in \mathbb{N}$

f) $\sqrt{11 \cdot 4^{11} \cdot 3^7 a} \in \mathbb{N}$

9. Scoateți factorii de sub radical:

- a) $\sqrt{2^{42} + 4^{19}}$ b) $\sqrt{8^{402} - 4^{602}}$
c) $\sqrt{121^5 - 11^8}$ d) $\sqrt{81^{72} + 3^{286}}$
e) $\sqrt{343^9 - 49^{13}}$

10. Scoateți factorii de sub radical:

- a) $\sqrt{2020 + 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2019} - 2019}$
b) $\sqrt{2(1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{249}) + 1}$
c) $\sqrt{6(1 + 7 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{407}) + 1}$
d) $\sqrt{2 + 4 + 6 + \dots + 300}$
e) $\sqrt{1 + 3 + 5 + \dots + 2n + 1}$, unde $n \in \mathbb{N}$
f) $\sqrt{\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2019 \cdot 2020} + \frac{1}{2020}}$

11. Aria unui pătrat este egală cu aria unui dreptunghi cu următoarele dimensiuni:

- a) 28 m și 63 m b) 51 m și 8 m
c) 18 m și 16 m d) 25 m și 32 m

Scrieți, în fiecare caz, lungimea laturii pătratului sub forma $a\sqrt{b}$.

12. Aflați numerele naturale x, y și z știind că

$$\sqrt{2^{2020} - 2^{2019} - 2^{2018} - \dots - 2^{1003}} = x^y \sqrt{z}.$$

Exerciții pentru performanță

13. Scrieți numărul real n sub forma $a\sqrt{b}$:

$$n = \sqrt{\left(\frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+2019} \right) \cdot \frac{2020}{2019} \cdot \frac{45}{2}}$$

14. Aflați numărul natural n pentru care:

- a) $\sqrt{15^n + 10^3} \in \mathbb{N}$
b) $\sqrt{7^n + 18 \cdot 10^2} \in \mathbb{N}$
c) $\sqrt{5^n + 3 \cdot 10^4} \in \mathbb{N}$